

روش های عددی برای معادله موج مرتبه دوم: درک و کنترل خطاهای عددی

هدف تکلیف

این تکلیف با هدف تعمیق درک دانشجویان از خطاهای عددی در حل معادله موج 1 بعدی مرتبه دوم است. دانشجویان روش های گسسته سازی مختلف را پیاده سازی می کنند، پایداری، دقت و خطای آنها را تحلیل می کنند و روش کنترل خطاها را بررسی می کنند.

تعریف مساله:

معادله موج مرتبه دوم یک بعدی را

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad 0 \leq x \leq L$$

با شرایط مرزی پرپودیک و شرایط اولیه

$$u(x, 0) = \sin\left(k \frac{x}{L}\right) \quad k = n\pi \quad 1 \leq n \leq 10$$

$$u_t(x, 0) = 0$$

در نظر بگیرید

خواسته ها:

دانشجویان باید متدهای عددی زیر را اجرا و مقایسه کنند:

1. روش بالادستی مرتبه اول
2. روش Lax
3. روش Lax-wendroff
4. روش Leap-Frog

هر روش برای شرایط اولیه یکسان اجرا می شود و دانشجویان رفتار آنها را تجزیه و تحلیل می کنند.

نتایج مورد انتظار

نمودارهای انتشار موج برای متدهای مختلف در چند مرحله زمانی.

روند خطا به عنوان تابعی از وضوح شبکه و گام زمانی.

رفتار پایداری هنگام نقض شرایط CFL.

تجزیه و تحلیل خطای پراکندگی و میرایی

الزامات در گزارش تحویل شده

پیاده سازی کد برای همه متد ها

نمودارها و تجزیه و تحلیل خطا با توضیحات.

بحث در مورد خطاهای عددی

توصیه هایی در مورد انتخاب طرح های مناسب برای شبیه سازی موج.

معیارهای نمره دهی

صحت اجرا (40%)

تجزیه و تحلیل و تفسیر خطا (30%)

بررسی پایداری (20%)

خوانایی کد و مستندات (10%)